

第 5.3 节 微积分基本公式 教学设计

教学单元名称	微积分基本公式		
课程名称	高等数学 III1	教材章节	第五章第三节
课程性质	新授课	学时	1 学时
所属学科	数学	课程类型	学科基础课
授课对象	地理 211、地理 212、地理 213； 遥感 211、地信 211	使用教具	投影仪、激光笔
教学内容分析	<p>微积分基本公式(牛顿-莱布尼兹公式)作为微积分理论中最重要的公式,在导数与积分之间架设了一座桥梁,使得定积分的计算容易了许多,为后续课程的学习奠定了基础.因此,它在教材中处于极其重要的地位,起到了承上启下的作用.不仅如此,微积分基本公式给微积分学的发展带来了深远的影响,是微积分学中最重要最辉煌的成果之一.</p>		
学情分析	<p>1. 学生已有的知识与能力:</p> <p>(1)熟悉变速直线运动中的位移、速度、时间三者的关系;</p> <p>(2)熟练掌握导数的概念,并能应用相关知识解决问题;</p> <p>(3)理解定积分的定义及其几何、物理意义;</p> <p>(4)能按定积分的定义求解简单函数的定积分.</p> <p>2. 学生可能存在的问题及困难</p> <p>从之前的教学中可以看出,与中学阶段注重解题相比,高等数学里涉及的抽象理论部分对学生的学习存在一定困难,学生往往对抽象理论望而生怯,因而存在生搬硬套的现象.</p>		
教学目标	<p>1. 知识与能力目标:</p> <p>(1)了解微积分基本定理的含义,并会利用公式计算定积分.</p> <p>(2)培养学生学会对客观事实进行观察、猜测获得合理的结论,再进行严格证明的分析解决问题能力.</p> <p>2. 过程与方法目标:</p> <p>(1)通过旧知识引入,让学生感受概念间的密切关系,明确本节课目标,帮助学生弄清知识的来龙去脉和前因后果,帮助学生感知知识的系统、完整性.</p> <p>(2)通过探究变速直线运动物体的速度与位移的关系,使学生直观了解微积分基本公式的形成,在感知基础上形成理论证明.</p>		

	<p>(3) 课程围绕“发现问题→分析问题→解决问题→拓展提炼”等环节进行展开, 激发学生兴趣, 有效实现教学目标.</p> <p>3. 情感目标:</p> <p>(1) 感知寻求计算定积分新方法的必要性, 激发求知欲;</p> <p>(2) 学会“类比联想→合理猜测→严格证明”的分析方法, 培养数学直觉与思辨能力;</p> <p>(3) 通过对定理的应用, 体会定理的优越性, 品味数学思想.</p>
<p>教学重点</p>	<p>掌握微积分基本公式, 并能正确运用微积分基本公式计算简单的定积分.</p>
<p>教学难点</p>	<p>了解微积分基本公式的内涵.</p>
<p>教学方法与策略</p>	<p>从学生的认知过程来看, 学生掌握数学的一般过程是一个由感性到理性的一个认识过程, 即: 感知——理解——巩固——应用——系统化. 本节课在教学设计中, 采取如下教学方法与策略:</p> <p>1. 讲授法: 讲授微积分基本公式理论, 在讲授中, 注重引导学生感悟寻求公式的必要性. 并通过一个类比猜想到形成一套严谨理论, 使学生获得科学的、系统的数学知识, 同时又学到分析推理的思维方法.</p> <p>2. 启发式教学: 为提高学生的学习兴趣, 深入掌握课程目标, 课程采用旧知引入新课. 利用学生已有知识引申、推导出新问题, 可以强化新旧知识间的内在联系, 帮助学生弄清知识的来龙去脉和前因后果, 帮助学生建立概念体系, 使学生学到的知识是系统的、完整的.</p> <p>3. 问题引导与互动教学相结合策略: 在教学中围绕“寻找计算定积分一般性方法”问题, 采用问题引导调控教学过程, 分层次分难度设计问题, 由简到繁, 由直观到抽象, 通过师生互动、小组讨论、课后探索形式培养学生自主学习的综合能力.</p> <p>4. 思维导图教学: 高数作为一门公共课, 课时多, 战线长, 每节课内容容量也比较大, 通过对每个小知识点利用思维导图形式进行小结, 有利于学生跳出繁琐细节, 把握每节课的脉络和知识结构, 感受蕴含的思想方法, 为学生课后充分的复习提供指引.</p>
<p>教学思想</p>	<p>本课程以“全面贯彻党的教育方针, 落实立德树人根本任务, 培养德智体美全面发展的社会主义建设者和接班人”为总指导思想. 用“问题驱动的数学教学理念”统领指导实施课程教学, 力求在课程教学中实现培养学生具备“用数学的眼光观察世界, 用数学的思维分析世界, 用数学的语言表达实现世界”的最终能力素养目标.</p> <p>在以单向性知识传授为主的“教学型”课堂教学模式外, 努力尝试融合学习与研究</p>

<p>为一体的“研究型”课堂教学模式. 教学过程“科研化”, 给予驱动问题, 在教师的指导下, 以学生为主体, 掌握认识和解决问题方法和步骤, 让学生自己通过“阅读、观察、实验、思考、讨论、听讲”等途径独立探究, 从中找出规律, 形成自己的概念, 自行发现并掌握相应的原理和结论. 在课堂上引导学生完成“1、做什么? 2、为什么做? 3、怎么做?”三个基本问题, 从而让学生实现对知识的理解与应用的融会贯通.</p>			
教学过程			
教学环节	教师活动	学生活动	设计意图
<p>1. 情景引入 (3分钟)</p>	<p>1. 回顾定积分讨论的两个基本问题(存在性和计算)及其内在联系, 指出本节课将研究的问题——定积分的计算.</p> <p>2. 以$\int_0^1 x^2 dx$为例, 重温定积分定义法计算定积分及局限, 引出本节课的学习目标.</p>	<p>1、思考、讨论;</p> <p>2、讨论积分定义计算的困难;</p> <p>3、分组讨论有没有简单的计算积分的方法?</p>	<p>帮学生梳理知识架构, 探索寻求计算定积分新方法的必要性, 指出本节课的重点.</p>
<p>2. 问题探究 (8分钟)</p>	<p>1. 变速直线运动的路程: 已知速度函数$v(t)$, 求物体在$[a, b]$时间段上的路程\rightarrow已知路程函数$s(t)$求同时段上的路程\rightarrow分析两已知条件$v(t)$与$s(t)$间的关系\rightarrow获得结论: $\int_a^b v(t) dt = s(b) - s(a)$</p> <p>2. 启发及合理猜想: 将速度函数$v(t)$一般化为函数$f(x)$, 路程函数一般化为$F(x)$, 当$F'(x)=f(x)$时, 是不是一定有上述结论成立? 即, 问题 1: 若$f(x) \in R(x)$, 且有$F'(x)=f(x)$, 则是否一定有关系 $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$成立?</p>	<p>1、思考、感悟、练习;</p> <p>2、分组讨论定积分的几何意义;</p> <p>3、分组汇报微积分基本定理的数学发展史;</p>	<p>以变速直线运动物体在某个时间段上的路程为背景, 使学生直观了解微积分基本定理的形成过程.</p> <p>让学生感知从特殊到一般, 从联想到合理猜想的数学发现方法, 激励学生探索.</p> <p>板书: 问题 1 的简要表述.</p> <p>通过具体的计算, 让学生有对猜想有直观的</p>

	<p>3. 举例验证猜想</p> <p>4. 问题分析, 给出结论 (微积分基本公式)</p>		<p>理解.</p> <p>板书: 问题 1 成立的证明思路分析.</p>
<p>3. 定理阐述与巩固拓展 (9 分钟)</p>	<p>1. 微积分基本公式</p> <p>ppt 展示公式内容→分析公式的重要性→基于公式中 F 的重要性及常用性给出其数学名称 (原函数).</p> <p>2. 原函数概念阐述</p> <p>3. 典型例题</p> <p>例 1. 计算: $\int_0^1 x^2 dx$.</p> <p>例 2. 计算: $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$.</p> <p>4. 公式几何分析与说明</p> <p>1) 将定积分的计算归结为求被积函数的原函数计算;</p> <p>2) 积分运算表现为微分运算的逆运算</p>	<p>1、聆听、思考;</p> <p>2、分组讨论、练习;</p> <p>3、通过分组讨论让学生更深刻理解导数的意义;</p>	<p>强调这是重点</p> <p>为问题 2 的提出及表述做好铺垫</p> <p>板书</p> <p>帮助学生运用已学知识进行验算和理解; 引导学生理解微积分基本公式的重要性.</p>
<p>4. 引出新问题开启新探索 (8 分钟)</p>	<p>1. 微积分基本公式将定积分的计算归结为求被积函数的原函数计算. 是不是每个 (被积) 函数都有原函数? 如果不是, 要满足什么条件, 才有原函数?</p> <p>2. 变速直线运动问题:</p> <p>变固定时间段 $[a, b]$ 为变化时</p>	<p>讨论、分组回答 (展示讨论结果)</p>	<p>引出新问题</p> <p>使用原来例子, 让学生在熟悉的情境下深入寻找新关系, 获得新结</p>

	<p>间段 \rightarrow 引出速度函数： $\int_0^t v(x) dx = s(t) \rightarrow$ 得到关系：$s'(t) = v(t)$</p> <p>3. 积分上限的函数概念阐述 4. 启发及猜想：①是$v(t)$的一个原函数，那么在数学上有没跟它对应的一般性结论？即， 问题 2: 设若$f(x) \in R[a, b]$, $\Phi(x) = \int_a^x f(t) dtx \in [a, b]$, 是否一定有：$\Phi'(x) = f(x)$成立？ 5. 问题分析，给出结论.</p>		<p>论，即用定积分表示速度函数，从具体问题中分析原函数的存在性</p> <p>引导学生二次进行类比猜想，通过具体验证，从特殊到一般逐步从此严格的证明思路，培养学生解决问题能力.</p>
<p>5. 问题分析，给出结论 (5 分钟)</p>	<p>微积分基本定理： ppt 展示定理内容\rightarrow根据上述探索过程给出定理严格证明\rightarrow分析定理的重要性\rightarrow阐明问题 1 与问题 2 之间的关系\rightarrow深化微积分基本定理的地位.</p>	<p>思考、感悟</p>	<p>对问题再探索给出具体回答，再次揭示微积分基本定理的内涵。 通过知识点间的对比，加深学生对其内在关系的理解和运用.</p>
<p>6. 综合应用 (8 分钟)</p>	<p>例 3: 设$f(x)$在$[a, b]$上连续且满足 $\int_0^{x(x^2+x+1)} f(t) dt = 2x$, 求$f(3)$. 例 4: 设函数在闭区间$[a, b]$上连续，证明：在开区间$(a, b)$内至少存在一点$\xi$，使得 $\int_a^b f(x) dx = f(\xi)(b - a), (a < \xi < b)$</p>	<p>分组讨论、练习、回答</p>	<p>感知定理间的内在联系，通过分组讨论与作答，培养学生团队合作精神，调动学生学习积极性.</p>

<p>7. 思想方法与知识总结 (4 分钟)</p>	
<p>课后作业及预习</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 作业：课后习题 1, 2(1) (2) (3), 3 2. 小组任务：讨论课后习题 7，利用本节课内容给出成本计算模型。 3. 预习：定积分的还原法和分布积分法。
<p>教学评价与反思</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 在教学理念方面：课程本着以学生为中心，面向全班学生，为学生创设学习的情境，让学生在课堂上充当主角，教师从知识的传授者转变为学习的组织者、引导者、合作者与共同研究者，在教师的引导下进行演绎，自主、合作地获取知识。 2. 在知识目标方面：能做到教学思路清晰、突出重点、突破难点. 对于重点、难点的地方，运用各种方法，确保学生理解其精髓，课下让学生做一些专项练习，加强对重点、难点的理解。 3. 在教学过程方面：在课堂上采取小组讨论、个别提问、学生总结的方法让学生积极地参与到教学过程中. 方法总结能突出本质，通用、通性、通法. 让学生感悟数学方法的道理，注重体验式学习. 立德树人，突出能力培养，关注学生的终身发展. 同时注重教书育人，行为习惯的培养。 4. 在教学方法与策略方面：能根据教学目标、教学内容选择合适的教学方法。 5. 课程设计不足之处在于受时间限制及课程容量影响，课堂训练及即时反馈欠到位. 可以考虑通过课后作业与活动进行补充。 6. 教学后“再教设计”中，对教学中失误与不足、达不到预期目的做法进行系统的回顾、梳理，力争及时记下并进行必要的归类与取舍，并对其作深刻的反思、探究和剖析，吸取教训，再教这部分内容时扬长避短、精益求精。
<p>板书设计</p>	<p>5.3 微积分基本公式</p> <p>问题 1: 若 $f(x) \in R(x)$, 且 $F(x)' = f(x)$ 例 1 计算 $\int_0^1 x^2 dx$</p>

	$? \Rightarrow \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ <p>分析:</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(\xi_k) \Delta x_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n F'(\xi_k) \Delta x_k$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{F(x_k) - F(x_{k-1})}{\Delta x_k} \Delta x_k$ $= F(x_n) - F(x_0)$ $= F(b) - F(a)$	$(?)' = x^2 \Rightarrow ? = \frac{1}{3} x^3$ $\therefore \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3} 1^3 - \frac{1}{3} 0^3 = \frac{1}{3}$ <p>例 2 计算 $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$</p> $(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$ $\therefore \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan 1 - \arctan 0 = \frac{\pi}{4}$
--	--	--

课程资源

1. 教材与教辅参考资料

- (1) 吴赣昌,《高等数学》(理工类·第五版)下册,中国人民大学出版社,2017年.
- (2) 同济大学应用数学系,《高等数学》下册(第七版),高等教育出版社,2014年.
- (3) 詹姆斯·斯图尔特,《微积分》(第六版),中国人民大学出版社,2014年.
- (4) 张顺燕,《数学的思想、方法和应用》(第三版),北京大学出版社,2009年.
- (5) 吴赣昌,《高等数学(下册)》学习辅导与习题解答(理工类·第四版),中国人民大学出版社,2012年.
- (6) 同济大学应用数学系,《高等数学学习辅导与习题选解》,高等教育出版社,2007年.

2. MOOC 资源与线上材料

- (1) 李梦茹,高等数学国家级精品课程,爱课程
http://www.icourses.cn/sCourse/course_3964.html
- (2) 李雨生,高等数学国家级精品资源课,爱课程
http://www.icourses.cn/sCourse/course_2181.html
- (3) 施庆生,高等数学国家级在线课
<http://www.icourse163.org/course/NJTECH-1449951170#/info>

3. 课程团队与教学资源

- (1) 2019年5月成立了以生为本、专业知识扎实、科研能力强的“高等数学”教学团队;
- (2) 2010-至今的课程教学大纲、年度教学进度表、试题库;
- (3) 2010-至今,多版本的“高等数学 I”教学课件;
- (4) 面向全校开放的“高等数学 II”课程网站;

