

## 第 3.4 节 微分及其运算 教学设计与实践

### 课程概述

课程名称: 《高等数学 III》.

课程性质: 专业必修课、新授课.

总学时数: 72 学时.

教学内容: 微分及其运算 (1 学时).

选自章节: 第 3 章 导数与微分/ 第 4 节 微分及其运算.

教材信息: 林伟初, 郭安学, 高等数学 (经管类上册、第 1 版), 北京大学出版社, 2018. 07.

### 授课对象

地理科学 201、202、203 班, 共 109 人.

### 课程素材准备

- 1) 整理了微分相关的数学思想与方法;
- 2) 整理了微分的数学发展史.

### 学生课前准备

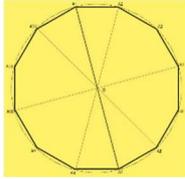
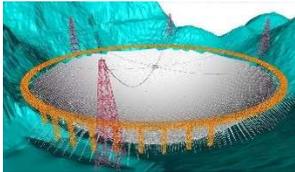
- 1) 复习导数的定义、计算与几何意义;
- 2) 查找“周三径一”的史料、查找“以直代曲”的实例诸如广东科学中心外表面、FAST 天眼望远镜表面设计等;
- 3) 深刻理解物理学中的各类“质点”;
- 4) 学习微分的基本内容与 PPT 课件;
- 5) 讨论以下问题的计算; i) 在  $x=0$  附近  $y = \sin x$  曲线与那条直线最接近? ii)  $\sqrt[3]{17}$  的近似值?
- 6) 根据学生学号顺序, 将全班同学分为四组? 每一组同学集中坐在一起, 以便讨论问题.

<b>教学内容</b>	微分是一元函数积分学的一个主要内容. 微分本质上是函数一阶线性近似, 内容具有高阶抽象性, 微分在各种知识领域中的应用非常广阔.
<b>学情分析</b>	<b>1. 学生已有的知识与能力:</b> (1) 已掌握导数定义、性质、计算等内容; (2) 掌握了连续函数的性质. <b>2. 学生可能存在的问题及困难:</b> (1) 学生对函数增量的精确表述具有一定挑战度; (2) 对概念中涉及对增量的微分加无穷小表示鉴于无穷小的不确定性等抽象有畏惧感.
<b>教学目标</b>	<b>1. 知识与能力目标:</b> (1) 理解微分的概念; (2) 掌握微分的计算、微分与导数的关系、微分的应用等问题. <b>2. 过程与方法目标:</b> (1) 通过类比连续与可导, 引导学生回顾“导数”公式及连续在研究函数性质中起到的引领作用

## 高等数学 II 课程思政教学学案设计样例 (广州大学)

	<p>用,为整节课架设一个基本思维框架;</p> <p>(2) 纵向类比导数与微分、从定义、计算、应用等方面比较加深微分与导数的比较认识,实现知识目标;</p> <p>(3) 借助熟悉的“连续”局部近似出发,引导学生处理学会“线性近似”、“以直代曲”、“特殊到一般”的处理问题方法,实现能力目标的培养.</p> <p><b>3. 情感与价值观目标:</b></p> <p>(1) 引例直观体会“以直代曲”的近似数学思想;</p> <p>(2) 再次认识“常数-线性”不同近似,感受数学的简洁、形式美;</p> <p>(3) 从对 FAST 天眼、科学中心等重点题材建筑中包含的数学思想介绍培养数学素养,提高学习数学的兴趣.</p>		
<b>教学重点</b>	微分的线性近似与应用		
<b>教学方法与策略</b>	<p>本节理论课在教学设计中采取如下教学方法与策略:</p> <p><b>1. 讲授式:</b> 讲授基本概念,在对微分概念讲授中,注重引导学生微分的本质.</p> <p><b>2. 讨论式:</b> 为提高学生的学习兴趣和课程采用分组讨论模式,所有同学参与问题的解决中来,让学生感知问题“具体”、“有趣”,有成就感,主动参与课堂教学.</p> <p><b>3. 现实题材通俗化:</b> 通过将 FAST 天眼、科学中心表面的线性化,某些函数值的计算,使学生对多种近似有直观感悟,进而对微分公式的应用形成一个完整的认知过程,实现学生主动学习的效果.</p> <p><b>4. 思维导图式:</b> 课程课时多,容量大,利用思维导图形式对小知识点进行小结,有利于学生把握每节课的脉络,感受蕴含的思想方法,为课后复习提供指引.</p>		
<b>教学思想</b>	<p>本课程以“全面贯彻党的教育方针,落实立德树人根本任务”为指导思想.用“问题驱动的数学教学理念”统领课程教学,力求在教学中实现培养学生具备“用数学的眼光观察世界,用数学的思维分析世界,用数学的语言表达世界”的最终能力目标.</p> <p>教学中结合生活现实,将驱动教学目标的数学本源性问题通过情景展现探究.通过抽象,把现实世界中与数学有关的东西抽象到数学内部;通过逻辑推理得到研究对象的性质;用数学语言、符号描述复杂现实世界.引导学生发现问题、分析问题、解决问题.</p> <p>教学过程“科研化”,在教师的指导下,以学生为主体,掌握认识和解决问题方法和步骤,让学生通过“观察、思考、讨论”等独立探究,形成相应的概念,发现相应的原理.引导学生完成“1、做什么? 2、为什么做? 3、怎么做?”三个基本问题,让学生实现对知识的理解与应用的融会贯通.</p>		
<b>教 学 过 程</b>			
<b>教学环节</b>	<b>教师活动</b>	<b>学生活动</b>	<b>设计意图</b>
一. 概念引入及问题分析 (5分钟)	<p>1.引例 1: 周三径一 (若圆的半径增加 0.1 米,周长大约增减多少了? 面积大约增加多少了).</p> <p>2.引例 2: 在 <math>x=0</math> 附近 <math>y = \sin x</math> 曲线与那条直线最接近;</p>	<p>1.回答问题 (第一组同学: 有关周三径一的历史);</p> <p><b>注:</b> 约 2000 年前,中国的古代数学著作《周髀算经》中就有“周三径一”的说法,意思是说圆的周长是它直径的 3 倍.约 1500 年前,中国有一位伟大的数学家、天文学家祖冲之,他计算出圆周率应在 3.1415326 和 3.1415927 之间,成为世界上第一个把圆周率的值精确到 7 位小数的人.他这项伟大成就比国外数学家得出这样精确数值的时间,至少要早 1000 年.</p>	<p>1.情景-问题教学,启发学生思考两个问题,逐层推进,逐步深入,使学生充分认识到近似计算的思想.</p> <p>2.实例引入,激发学生兴趣,调动学生自行探索,发现问题、解决问题的愉悦感.</p>

## 高等数学 II 课程思政教学学案设计样例 (广州大学)

	<p>比较总结两个引例思想方法、过程与结构式→提炼共性→形成共性.</p>	<p>2.思考新问题(有些疑虑); 3.参与互动,积极总结.(引例2让第二组同学参与讨论并进行实时分享补充).</p>	<p>3.回答问题:让同学们切身体验到数学在实际中的应用.</p>
<p><b>二. 讲授及探讨定理</b> (15分钟)</p>	<p>1. 微分概念的介绍(PPT课件); 2. 强调定义中的关键表述(函数在局部有定义、函数增量的一种刻画); 3. 由一点处微分推广到区域内的微分,说明微分是函数的主要分析性质描述; 4. 介绍可微、连续、可导的关系.</p>	<p>1. 定理讲授时主要以聆听为主; 2. 讲解连续、可导、可微的关系,让同学们制作三者概念关系图,自己进行总结,再进行对照加深理解.(找第三组同学展示他们所做的关系图,及时进行修正补充)</p>	<p>强调这是重点; 1. 从多个方面进行深入探讨,加深对概念的理解. 2. 增量近似、函数逼近的数学思想;</p>
<p><b>三. 概念、性质的应用</b> (20分钟)</p>	<p>1. 例 1. 求函数计算 <math>y=x^3</math> 当 <math>y=x^3</math> 由 1 改变到 1.01 的微分. (<b>板书讲解, 分组讨论</b>) 注: 重点强调微分与增量的不同.</p> <p>2. 讲解微分计算的基本法则. (<b>PPT 逐条公式讲解, 与导数计算法则做对比、分类讨论</b>)</p> <p>3. 例 2. 求函数 <math>y=x^3</math> 的微分. (<b>板书讲解、提问讨论</b>)</p> <p>4. 讲解微分的几何意义(PPT讲述, 重点强调“以直代曲”的思想, 局部用线性函数代替一般函数的思想). (<b>PPT 讲解, 讨论分享</b>)</p> <p>5. 例 3. 计算 <math>\sqrt[3]{17}</math> 的</p>	<p>1. 例 1 讲解中仔细听讲解过程. 听完解题过程后分组讨论增量与微分的关系.(第四组同学讨论然后找代表说明两者之间的关系). 2. 例 2 的讲解重点说明微分的计算, 并间接说明微分与导数的关系. 提问问题: 一般函数的微分如何计算? <b>提示:</b> 1) 定义; 2) 先计算导数, 再计算微分; (第一组同学讨论然后找代表说明计算方法) 3. 通过几何意义表述, 让同学讨论实际中“以直代曲”的典型例子. 如: FAST 天眼望远镜与足球的剖面图.</p> <div style="text-align: center;">  <p>图 1. 足球的剖面图</p>  <p>图 2. FAST 天眼望远镜</p> </div> <p>(全体同学讨论导数与微分的关系, 找出他们的异同点, 第二组同学归纳总结; 让第三组的</p>	<p>1. 板书讲解: 巩固定义, 强调计算注意点, 重点讲解增量与微分的不同. 注: 应对同学们的讨论及时总结、纠正.</p> <p>2. 几何意义的介绍, 让同学们理解以直代曲的思想, 通过直观的图形, 加深近似数学思想在实际中的广泛应用.</p> <p>3. 几何意义介绍后, 同学们分清微分与导数的关系, 他们间有区别有联系, 提示从定义、计算、几何意义、应用等方面比较导数与微分的异同点.</p> <p>4. 通过 <math>\sqrt[3]{17}</math> 的近似值时同学们讨论与回答, 让同学们更深刻理解微分是一种</p>

## 高等数学 II 课程思政教学学案设计样例 (广州大学)

	近似值. (先讲解,再分组讨论)	同学们讨论预留的问题“在 $x=0$ 附近 $y = \sin x$ 曲线与那条直线最接近?”, 补充修正)  4. 计算 $\sqrt[4]{17}$ 的近似值时,找第四组同学回答问题,如何近似计算. <b>提示:</b> 近似度低要求时局部用常数 2 代替(以常量代替变量的思想); 近似度要求高时局部用线性近似(微分的思想).	局部近似的思想,是用局部的简单函数代替复杂函数的思想.
<b>四. 思想方法与知识总结</b> (3 分钟)	1) 以直代曲、线性近似的思想; 2) 导数与微分的区别与联系(从定义、性质、计算、几何意义、应用几方面比较);		
<b>5. 课后作业布置及预习</b> (2 分钟)	1. 作业: 课后习题 1;3(2) (4) (5);4(2); 2. 小组任务: 思维导图制作(提示: 知识结构、与导数类比、思想方法等) 3. 查找线性近似的其他例子.		
<b>教学评价与反思</b>	1. 在教学理念方面: 课程以学生为中心, 为学生创设学习的情境, 让学生在课堂上充当主角, 教师转变为学习的组织者、引导者、合作者. 课堂多次进行了分组讨论、提问、组内讨论分享, 极大激发了学生学习的兴趣. 2. 在知识目标方面: 做到教学思路清晰、突出重点、突破难点. 通过熟知的广东科学中心(同学们可观察的身边实例)、FAST 天眼望远镜(国家科技攻关工程) 让同学们深刻理解数学在实际中的应用. 3. 在教学过程方面: 在课堂上多次采取小组讨论、个别提问、学生总结等方法让学生参与到教学过程中. 让学生感悟微分的数学思想. 立德树人, 突出能力培养, 关注学生的终身发展. 4. 由于班级人数较多, 分了四组后每组 20 多人, 大部分同学无法分享自己的感受, 建议对于人数超过 100 人的班级分组教学时注意做好详细规划, 设计好相应的提问、分组等环节.		
<b>课程资源</b>			
1. 教材与教辅参考资料 (1) 吴赣昌, 《高等数学》(理工类·第五版)下册, 中国人民大学出版社, 2017 年. (2) 同济大学应用数学系, 《高等数学》下册(第七版), 高等教育出版社, 2014 年. (3) 詹姆斯·斯图尔特, 《微积分》(第六版), 中国人民大学出版社, 2014 年. (4) 张顺燕, 《数学的思想、方法和应用》(第三版), 北京大学出版社, 2009 年 (5) 吴赣昌, 《高等数学(下册)》学习辅导与习题解答(理工类·第四版), 中国人民大学出版社, 2012 年. (6) 同济大学应用数学系, 《高等数学学习辅导与习题选解》, 高等教育出版社, 2007 年. 2. MOOC 资源与线上材料 (1) 李梦茹, 高等数学国家级精品课程, 爱课程 <a href="http://www.icourses.cn/sCourse/course_3964.html">http://www.icourses.cn/sCourse/course_3964.html</a> (2) 李雨生, 高等数学国家级精品资源课, 爱课程 <a href="http://www.icourses.cn/sCourse/course_2181.html">http://www.icourses.cn/sCourse/course_2181.html</a> (3) 施庆生, 高等数学国家级在线课 <a href="http://www.icourse163.org/course/NJTECH-1449951170#/info">http://www.icourse163.org/course/NJTECH-1449951170#/info</a>			

### 3. 课程团队与教学资源

- (1) 2019 年 5 月成立了以生为本、专业知识扎实、科研能力强的“高等数学”教学团队;
- (2) 2010-至今的课程教学大纲、年度教学进度表、试题库;
- (3) 2010-至今, 多版本的“高等数学 I”教学课件;
- (4) 面向全校开放的“高等数学 II”课程网站.

随着课堂改革的不断深入,教师要对大学数学教学课堂的设计与实施进行深入的研究,以便找到更适合时代特征、新一代青年人认知需求以及目前教学现状的教学策略. 通过生活中实际例子切入研究主题,循序渐进地讲解了微分的概念,微分蕴含的数学思想与科学方法. 通过生活中的例子与当前的 FAST “天眼”计划,同学们更深刻理解“微分”中“以直代曲”、局部近似的科学方法的用途.