

条件极值课堂教学中践行三全育人目标初探

邓明香 冯永平

广州大学数学与信息科学学院 广东广州 510006

摘要:立德树人是新时代高校思想政治工作的新要求,大学数学公共基础课重点在于如何提高大学生综合素质,激发学生的爱国情怀.本文以多元函数条件极值教学设计为例,分析了该课程蕴含的数学类思政元素,从教学方法和手段、案例设计思路、改革目标及实施等方面探索了教学中践行三全育人方案,从而达到潜移默化地提高学生文化自信,树立社会主义核心价值观的育人目标。

关键词: 条件极值; 三全育人; 案例设计; 教学改革

中图分类号: O13 **文献标识码:** A

1 概述

条件极值是多元函数微分学应用的一个主要内容,条件极值是在解决实际问题的实践中抽象出来的,是一元函数极值、多元函数无条件极值的推广.条件极值讨论的是在某些约束条件下多元函数的极值问题,若从条件中得不到显函数形式,即条件极值中目标函数没有明晰表达式,则解决问题有极大的挑战性.运用隐函数相关理论探讨条件极值的转化体现了其内容的高阶性,解决问题的思想方法对各专业学生后续算法的设计有引导作用.如何设计好该课堂的教学,相关的文献已进行了初步探讨,文献[1]对多元函数极值的概念、多元函数极值的判定、条件极值与拉格朗日乘数法以及多元函数极值问题的几种解法进行了总结;文献[2]、文献[3]对多元函数条件极值的拉格朗日乘数法进行了详细分析;文献[4]将思政元素渗透到极值分析中,对学生学习心理进行了疏导,提升了学生学习的兴趣;文献[5]针对教学内容和教学方法中存在的问题,提出了优化教材内容、拓展教学内容、应用混合教学方法、建立立体化课程体系等4项改革措施,激发学生的创新热情,并提高学生的应用和动手能力;文献[6]探讨了如何在传统课堂注入新活力,调动了学生参与性,引导学生在学习数学知识中塑造社会主义核心价值观.但对如何更全面践行三全育人的目标,相关研究较少有论述.结合三全育人目标,本文主要从学情分析、教学目标、教学方法、教学策略、教学设计等方面探讨多元函数极值教学中如何践行三全育人理念,达到教书育人的目标。

2 课程基本情况

“高等数学Ⅱ”是非数学类专业必修课,共40学时,该课程面向地科类、生化类、工商类专业开设,教材选用北京大学出版社的规划教材,见文献[8]。条件极值授课内容为新授课,选自第7章多元函数微分学的第6节多元函数的极值及其应用.本节课授课面向化学专业211、212、

213班,计120人.本节课程的重点与难点是条件极值的概念、计算条件极值的数学思想方法。

经过前段时间的学习,学生已掌握的知识与具备的能力有两方面:(1)已掌握了隐函数偏导数与微分的计算;(2)已学完多元函数微分学理论及无条件极值等内容;学生可能存在的问题及困难有两方面:(1)学生对隐函数没有精确的表达式有疑惑,如何探讨这些函数的应用呢?(2)学生对抽象函数的偏导数、全微分的计算有挑战度也有畏惧感。

本课堂的教学目标分三个方面.知识与能力方面:(1)掌握条件极值的概念。(2)学会条件极值的几种计算方法;过程与方法方面:(1)通过类比无条件极值,引导学生回顾“函数极值”在解决实际问题中起到的关键作用,形成一个基本思维框架,让学生明确学习内容。(2)回顾无条件极值的判别方法,加深对两者的认识,实现知识目标提升;情感与价值观方面:(1)借助引例直观体会“条件极值”的广泛应用,体验从具体到抽象的数学思想。(2)从实践中创设情境,渗透“实践是检验真理的唯一标准”辩证唯物观。(3)通过条件极值挑战性问题的,创新地运用发散思维,多角度培养学生的异向数学思维能力。

3 教学方法及教学过程

3.1 教学方法

本节为应用实践课,在教学设计中拟采取如下教学方法与策略:

(1)讲授式:讲授条件极值基本概念中,注重引导学生掌握“条件极值”的本质。

(2)启发式:课程采用类比情景引入,借助实际生活中“易拉罐形状”“粮仓的设计”等,让学生感知问题“具体”“和谐美”,树立“美是有统一标准”的审美价值。

(3)图形结合式:通过图形演示,使学生对条件极值有直观感悟,方法上的创新可让同学们深入思考,实现学生

主动学习的效果。

(4) 思维导图式: 课程课时多, 容量大, 利用思维导图形式对小知识点进行小结, 有利于学生把握本节课的脉络, 感受蕴含的思想方法, 为课后复习提供指引。

3.2 教学思想

本课程以“全面贯彻党的教育方针, 落实立德树人根本任务”为指导思想。用“问题驱动的数学教学理念”统领课程教学, 力求在教学中实现培养学生具备“用数学的眼光观察世界, 用数学的思维分析世界, 用数学的语言表达世界”的最终能力目标。

教学中结合生活现实, 将驱动教学目标的数学本源性问题通过情景展现探究。借助数学抽象把现实世界中与数学有关的东西抽象到数学内部以形成研究对象; 通过逻辑推理得到研究对象的性质描述, 通过数学语言与建模实现现实世界表述。

教学过程“科研化”, 在教师的指导下, 以学生为主体, 掌握认识和解决问题的方法和步骤, 让学生通过“观察、思考、讨论、听讲”等独立探究, 找出规律, 形成相应的概念, 发现相应的原理, 实现学生从易于理解到自然应用的融会贯通。

3.3 教学过程

3.3.1 问题引入及问题分析

教师通过以下三步引入课程讲述内容, 该环节 10 分钟左右时间安排。

(1) 引例 1: 易拉罐问题。回忆大多数饮料瓶的设计形状, 引出新问题→为什么是同样的设计? (本引例引出问题: 体积一定材料使用量最小)。

(2) 引例 2: 水槽的设计。高速公路两边水槽的形状设计, 引出新问题→为什么是同样的设计? (本引例引出问题: 材料一定使得流通的体积最大)。



水渠的形状设计

(3) 回顾多元函数的无条件极值(如何找极值点)。

引导学生完成以下活动: ①回答问题(基本知识, 学生纷纷举手); ②思考新问题(有些疑虑); ③参与互动, 积极总结。

通过学生与老师的互动, 力求达到以下效果: ①“无规矩无以成方圆”的思想; ②情景一问题教学, 启发学生思考

两个问题, 逐层推进, 逐步深入, 使学生充分认识到实际中蕴含的数学思想, 实现感性认识到理性认识的升华; ③实例引入, 激发学生兴趣, 调动学生自行探索, 自然发现问题; ④通过图示, 引导学生对引例进行类比, 有益于快速观察到要点, 有助于形成初步印象。

3.3.2 内容讲授与方法应用

教师通过以下三步引入课程重点、难点内容讲授, 该环节安排 15 分钟左右的时间讲解。

(1) 条件极值的定义(PPT 投影讲述)。

(2) 第一种方法介绍: 直接方法——降维计算(3 维降为 2 维)。

例 1: 设计一个容量为 V 的长方体开口水箱, 试问水箱的长、宽、高各等于多少时, 其表面积最小?

设水箱的长、宽、高分别为 x, y, z , 则表面积为

$$S(x, y, z) = 2(xz + yz) + xy \quad (1)$$

上述目标函数表面积的自变量不仅要符合定义域的要求($x > 0, y > 0, z > 0$), 而且还须满足条件

$$xyz = V \quad (2)$$

从(2)中确定二元函数, 代入(1), 则三元条件极值化为二元无条件极值。

(3) 第二种方法介绍: 一般方法—Lagrange 乘数方法, 通过构造 Lagrange 函数将条件极值转化为更高维的无条件极值。

例 2: 易拉罐设计问题讲解。

学生本环节主要是听课及展开适当讨论, ①概念、消元方法讲授时主要以聆听为主; ②提出问题, 如果得不到明显的解析式时讨论如何解决极值问题。

本授课环节拟达到以下教学目的: ①运用降维方法处理条件极值问题; ②运用升维方法解决条件极值问题; ③引申出我国当前国情, 如何在有限的资源环境下实现人民最美好的健康生活; ④我国开展的某些工作运用了“条件极值”的指导思想。

3.3.3 内容讲授与方法应用

教师通过例题讲解巩固、强化、拓展相应方法。

例 3: 表面积一定体积最大化的水槽设计。

本段内容讲解中运用三种方法: 降维方法、升维方法及基本不等式法解决该问题。学生通过实践熟悉相关方法, 该环节设置 15 分钟讲解时间。

通过本段的学习, 达到以下教学目标: ①授课过程板书讲解。②巩固相应计算方法, 条件极值利用升维、降维化为无条件极值。③实际中碰到的“水渠”截面形状都是差不多的, 说明了“实践是检验真理的标准”。

3.3.4 思想方法与内容小结

课程讲解中培养以下数学思想方法: 升维方法、降维方法、初等方法等。

对本节内容做出小结。

3.3.5 作业布置与思维导图制作

根据内容讲解,布置适当的习题做巩固练习,并安排了课程思维导图制作作业,达到温故知新的目的。①作业:课后习题 1(3)、2(2)、6;②小组任务:思维导图制作;③预习:本章内容的知识结构图。

3.3.6 教学评价与反思

通过该课堂教学,形成以下评价与反思。

(1)在教学理念方面:课程以学生为中心,为学生创设学习的情境,让学生在课堂上充当主角,教师转变为学习的组织者、引导者、合作者。

(2)在知识目标方面:做到教学思路清晰、突出重点、突破难点。

(3)在教学过程方面:在课堂上采取小组讨论、个别提问、学生总结等方法让学生参与到教学过程中。落实立德树人根本任务,突出能力培养,关注学生的终身发展。

(4)课程设计不足之处在于受时间及课程容量影响,课堂训练及及时反馈欠到位。可以考虑通过课后作业与活动进行补充。

本节课程的板书设计见下表。

课堂板书设计表

板书设计	<p>7.6.多元函数的极值及其求法</p> <p>一、问题的引入:(1)易拉罐设计;(2)水渠设计。</p> <p>二、条件极值的计算:</p> <p>(1)直接降维化为无条件极值—消元方法。</p> <p>例 1:设计一个容量为 V 的长方形开口水箱,试问水箱的长、宽、高各等于多少时,其表面积最小?</p> <p>(2)升维化为无条件极值——Lagrange 乘数方法。</p> <p>例 2:易拉罐形状设计问题讲解。</p> <p>例 3:表面积一定体积最大化的水槽设计。</p>
------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

3.3.7 课堂设计中的相关资源

该课堂设计中借助了以下课程资料与资源:(1)菲赫金哥尔茨,微积分学教程,人民教育出版社,2006年;(2)朱健民,李建平,《高等数学》(第二版)上册,高等教育出版社,2015年;(3)詹姆斯·斯图尔特,《微积分》(第六版),中国人民大学出版社,2014年。所属课程团队为2019年5月成立的“大学数学”教学团队,现发展为大学数学课程思政示范教学团队(2020年度、2021年度)和黄大年式大学数学教师培育团队(2021年度)。

结语

我们从生活中的实际例子切入研究主题,循序渐进由浅入深地讲解了条件极值的基本解法,升维方法(化为高维无条件极值问题)即 Lagrange 乘数方法;降维方法(从条件方法中解出某个变量代入目标函数,使之成为少一个变量的低维无条件极值问题)。这样研究的主题中融入开展的某计划工作,不但让学生易于理解并掌握条件极值在实际中的应用,而且能更深刻领悟精准的含义,激发学生学习的动力和学以致用、助人为乐的热情。

参考文献:

- [1]徐莉,周创.多元函数极值问题的解法研究[J].大学,2021(19):145-148.
- [2]陈纪修,於崇华,金路.数学分析第二版[M].北京:高等教育出版社,2004,5.
- [3]裴礼文.数学分析中的典型问题与方法(第二

版)[M].北京:高等教育出版社,2006.

[4]肖小燕.用二元函数极值的定义解决问题并渗透思政教育的探讨[J].科技风,2021(11):53-54.

[5]申爱红,孙文娟.新时代背景下《高等数学》课程教学的提质与创新[J].沈阳师范大学学报(自然科学版),2021,39(01):80-84.

[6]缪焯红.课程思政理念下定积分概念的教学设计[J].佳木斯职业学院学报,2021,37(12):112-114.

[7]孙蓉丽,李云晖,刘冉,等.环境类课程思政设计探索——以“人类与环境”课程为例[J].教育教学论坛,2021,543(44):106-109.

[8]林伟初,郭安学.高等数学(经管类下册、第1版)[M].北京大学出版社,2018,07.

基金项目:线性代数“课程思政”教学的探索与实践(2020年教育部产学合作协同育人项目202002140010);高等数学II“课程思政”教学的探索与实践(2020广东省本科高校教学质量与教学改革工程项目,粤教高函(2020)20号);经管类微积分课程翻转课堂教学模式研究(高等学校大学数学教学研究与发展中心教学改革项目CMC20200216);新时代大学数学课程群教研室(2021广东省本科高校教学质量与教学改革工程项目,粤教高函(2021)29号)

作者简介:邓明香(1974—),女,甘肃秦安人,硕士,讲师,从事微分方程数值解的研究;冯永平(1975—),男,甘肃甘谷人,博士,教授,从事微分方程数值解的研究。